calculer une espérance. Pour calculer l'espérance d'une somme, il peut être plus judicieux de faire appel à la linéarité de l'espérance.

- Les théorèmes de continuité croissante et décroissante sont souvent méconnus. Beaucoup de candidats affirment que la probabilité d'une intersection dénombrable est égale à une limite sans aucune justification.
- La propriété de sous-additivité des probabilités est parfois bien utile et peu de candidats l'utilisent spontanément.
- L'inégalité de Cauchy-Schwarz pour la covariance est très souvent méconnue.
- Trop de candidats se montrent incapables d'écrire de manière ensembliste, à l'aide d'unions et d'intersections, des événements décrits en langage courant ou mathématique ; les liens entre les quantificateurs existentiel et universel, d'une part, et les symboles réunion et intersection d'autre part, ne sont pas toujours clairs.

Conclusion

Les erreurs et défauts mis en évidence dans ce rapport proviennent généralement soit d'une mauvaise maîtrise du cours, soit d'une mauvaise maîtrise technique (calcul, inégalités). Le jury recommande aux futurs admissibles de travailler spécifiquement ces deux points particuliers.

1.2. Épreuves écrites

1.2.1. Mathématiques I — MP

Le problème portait sur deux thèmes du programme des classes préparatoires, les suites et les probabilités. Les candidats se répartissaient en quatre catégories, ceux qui maitrisaient les deux domaines, ceux qui connaissaient bien l'analyse, mais pas les probabilités, ceux qui, au contraire passaient à côté des subtilités sur les suites, mais s'en sortaient bien sur les questions de probabilités et enfin ceux qui ne comprenaient rien, assez rares d'ailleurs.

Il y avait peu de calculs dans le sujet qui comportait des raisonnements assez fins, bien adaptés à une évaluation des capacités intellectuelles.
La longueur était raisonnable, les bons candidats sont arrivés à traiter quinze à seize questions correctement. Quelques grappilleurs traitaient quatre ou cinq questions, en général assez mal, puis essayaient d'aborder, la plupart du temps pour ne rien dire, toutes les autres. Cette attitude est à déconseiller formellement, elle ne rapporte en général pas grand-chose.

L'étalement des notes a été satisfaisant, surtout sur la première moitié du classement.
La présentation des copies était globalement satisfaisante, même si on trouvait la proportion incompressible de torchons. Attention à l'usage des encres trop pâles, rappelons encore une fois qu'on n'attribuera jamais le moindre point à une réponse illisible… il serait préférable d'écrire en noir.

La première question était tout à fait abordable, encore fallait-il connaître la définition de l'espérance d'une variable aléatoire… ce n'était pas le cas pour certains, mais la plupart des candidats sérieux ont traité correctement la question.

La question 2 ne présentait pas de difficulté, mais il était important de préciser tous les arguments, par exemple la croissance des fonctions logarithme et exponentielle. De même, il y avait un terme à éliminer par majoration, il fallait la faire apparaître, pas se contenter d'un coup d'effaceur qui faisait disparaître le terme en trop.

À la question 3 on attendait une justification précise de l'existence des bornes supérieures et inférieures : une partie non vide et majorée de R admet une borne supérieure. Si le fait que l'on se trouvait dans les nombres réels peut être considéré comme implicite, la précision que l'ensemble considéré est non vide est indispensable.

La question 4 a été très mal traitée, les candidats se contentant en général d'appliquer aux limites supérieures et inférieures des résultats qu'ils avaient vu pour les limites. L'analogie de nom ne suffit pas, du moins en mathématiques, pour justifier une extension des propriétés.

Le constat est le même pour la question 5, qui n'est pas très difficile, mais pour laquelle il est très facile de passer à côté, par exemple en pensant que la relation d'ordre sur les suites et une relation d'ordre total.

À la question 6, la réciproque se traite avec le théorème d'encadrement, comme d'habitude souvent confondu avec le passage à la limite dans les inégalités. Une autre source d'erreur consistait à croire que les suites $\underline{u}$ et û sont des suites extraites de la suite u, ce qui est faux en général, même si les limites supérieures et inférieures sont des limites de suites extraites. Le sens direct était plus délicat, nécessitant l'utilisation de la définition d'une limite. À ce stade du problème, on est sur des raisonnements d'analyse qui demandent une certaine finesse.

La question 7 a été mieux réussie, il fallait toutefois être précis, par exemple en n'oubliant pas d'invoquer la division euclidienne. L'erreur quasi unanime à la question suivante consistait à affirmer que la suite était majorée, sans se rendre compte que l'inégalité précédente ne donnait une majoration qu'à partir du rang 2n, et même ceux qui s'en sont rendu compte n'ont en général pas pris la peine de justifier que dans ces conditions la suite est majorée.

La question 9, dernière question de la partie, a été assez peu traitée, et assez mal, les candidats prétendant que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante, ce qui est faux en général.
À partir de la question 10 on abordait les questions de probabilité. Dès cette première question, on repérait les candidats qui avaient une bonne perception des probabilités et utilisaient correctement les évènements et les évènements indépendants.

À la question 11, l'erreur principale consistait à penser qu'on pouvait conclure en invoquant simplement le fait que les variables aléatoires étaient supposées de même loi, en passant sous silence l'hypothèse d'indépendance.

Les correcteurs ont été surpris par le faible taux de réussite de la question 12, les candidats ne pensant pas à utiliser le lemme de Fékété, alors que l'énoncé disait explicitement que cette partie en était une application. Il fallait certes passer au logarithme, mais c'est tout de même l'outil de base pour transformer un produit en somme, puis passer à l'opposé, mais cela reste aussi une méthode assez standart pour changer le sens d'une inégalité. Remarquons au passage qu'il faut s'assurer, avant d'utiliser un logarithme, que l'expression est strictement positive. Il y avait aussi un cas particulier à traiter.

Les questions 13 et 14 consistaient en une explication sans calcul, exercice qui peut facilement déraper vers le bavardage. Dans une question de ce genre, gardez à l'esprit que vous devez chercher à convaincre le correcteur que vous avez compris, pensez donc à mettre en avant les arguments décisifs.

À la question 15, il y avait bien des arguments intuitifs pour dire que les évènements n'étaient pas indépendants, mais dans ce genre de situation l'arme absolue reste le contre-exemple.
La plupart des bonnes copies s'arrêtaient là, la suite n'étant abordée que de manière extrêmement lacunaire et par des candidats qui avaient sauté une bonne partie du problème.

Nous avons trouvé quelques bonnes solutions pour la question 16.

À la question 17, une idée intuitive consistant à inverser une liste croissante pour obtenir une liste décroissante, puis seulement quelques résultats épars pour les questions suivantes, personne ne traitant complètement la question 20.

En résumé, on peut conseiller aux futurs candidats de ne pas faire d'impasse, le sujet peut porter sur une partie étroite du programme, d'essayer de prendre un peu de recul, d'entrer dans le problème plutôt que le considérer comme un empilement de questions et d'essayer de traiter une partie significative du problème sans chercher à aller au bout, sur ce sujet en particulier le grappillage ne payait pas.

1.2.2. Mathématiques II — MP

Disons-le d'emblée, l'impression générale des correcteurs à l'issue de cette session est une dégradation sensible de la qualité des copies, tant du point de vue de la présentation et de la rédaction que pour ce qui concerne le contenu mathématique. L'orthographe en est la manifestation la plus visible, et les noms propres ne sont pas épargnés : Cauchy, Schwarz, Cayley et Hamilton se retourneraient dans leur tombe s'ils voyaient comment les candidats écrivent leur nom. Les conjugaisons des verbes conclure et résoudre présentent désormais des formes nouvelles et inattendues. De nos jours, les systèmes sont solubles ou solvables, mais on ne sait dans quels liquides ni avec quelles liquidités. Mais surtout, c'est l'attitude du candidat devant le problème qui a changé. Plutôt que de rédiger avec soin et l'une après l'autre les questions posées, il fait au plus vite, sans justifier toutes ses assertions, sans fournir un minimum d'étapes de calcul, et cherche à traiter ainsi le maximum de questions. De nombreux points « de détail » sont omis, mais comme chacun sait, le diable est dans les détails : oubli de vérifier qu'une matrice est symétrique définie positive, qu'une autre matrice n'est pas nulle, qu'une application est linéaire, qu'une autre application est bijective, et bien d'autres encore. Il va sans dire qu'une telle stratégie aboutit souvent à un résultat catastrophique, le correcteur ne pouvant accorder des points à une question dans laquelle manquent des éléments essentiels du raisonnement. Quant à la présentation, une écriture peu soignée, de nombreuses ratures, des questions non numérotées ou mal numérotées, une encre d'une pâleur à rendre jalouse la dame aux camélias — notamment en raison de l'emploi de stylos thermoeffacables — ont fréquemment rendu la tâche encore plus ardue au correcteur dans sa quête de points à accorder à la copie.

Question 1. Cette question pourtant très simple a donné lieu à des débordements invraisemblables dans un grand nombre de copies. Passons sur les confusions entre symétrie et endomorphisme symétrique, entre polynôme de matrice et polynôme. Passons encore sur le fait que nombre de candidats affirment que les matrices à la fois orthogonales et symétriques sont solutions, sans prendre la peine de justifier