

Composition de Mathématiques 2, Filière MP

Rapport de MM. Pierre-Vincent Koseleff et Jean-Luc SAUVAGEOT, correcteurs.

Cette épreuve a été plutôt réussie dans l'ensemble dans la mesure où quelques questions d'algèbre linéaire élémentaire permettait à l'immense majorité des candidats d'avancer dans la sujet. On notera cependant le manque criant de familiarité avec les problèmes de dénombrement et le vocabulaire s'y rattachant : bijections, classes d'équivalences, partitions, lemme du berger... D'autre part, nous avons été surpris par le grand nombre de candidats qui traitaient de façon totalement approximative, et très souvent erronée, les questions liées aux séries entières, comme si, puisqu'il s'agissait d'un problème d'algèbre, ils pouvaient se contenter de réponses allusives.

La moyenne générale est supérieure à 9, et une petite dizaine de candidats a obtenu la note 20.

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leq N < 4$	31	2,2 %
$4 \leq N < 8$	325	22,7 %
$8 \leq N < 12$	753	52,5 %
$12 \leq N < 16$	266	18,5 %
$16 \leq N \leq 20$	59	4,1 %
Total	1434	100 %
Nombre de copies : 1434		
Note moyenne : 9,93		
Écart-type : 3,06		

Comme les années précédentes, nous ne pouvons que constater en général une certaine désinvolture dans la rédaction, voire une absence de rédaction. En général, une majorité de candidats ne prend pas la peine de justifier, ne fût-ce qu'en deux mots, soit un passage d'une ligne de calcul à la suivante, soit une affirmation qui découle d'une question précédente ou d'une hypothèse de l'énoncé, sans s'y référer explicitement, soit d'un exercice traité en classe et dont les résultats sont supposés admis (voir par exemple le déterminant de Vandermonde). Ceci peut expliquer des notes moyennes pour des candidats qui ont traité un grand nombre de questions mais dont les démonstrations étaient incomplètes.

Peu de candidats prennent la peine de rédiger correctement une démonstration par récurrence. Rappelons qu'il convient d'énoncer clairement la propriété qu'on prétend dé-

montrer, de démontrer cette propriété pour une valeur initiale, de démontrer que cette propriété est héréditaire, et enfin de conclure en invoquant le théorème de récurrence. En général, seul le second point et partiellement le troisième point sont correctement traités.

Passons à l'examen détaillé des questions.

1. Bien traitée dans l'ensemble, puisque le plupart des candidats ont noté que dans ce cas les injections et les surjections coïncidaient avec l'ensemble des permutations.

2. Peu de candidats ont réussi une démonstration convaincante (une solution simple consistait à réaliser une partition des injections suivant leur ensemble d'arrivée). Certains ont essayé de contourner la question en invoquant les arrangements.

3.a. Cette question, tout comme la précédente, a été peu traitée correctement. La plupart des candidats ont compris qu'ils s'agissait d'énumérer les applications suivant le cardinal de leur image mais très peu ont rédigé une démonstration correcte. Certains ont tenté une récurrence très souvent erronée.

3.b. De nombreux candidats ont remarqué que la matrice dont on demandait le déterminant était le produit de deux matrices triangulaires. Encore fallait-il le démontrer correctement. D'autres ont reconnu une variante du déterminant de Vandermonde mais la plupart n'ont pas pris la peine de démontrer ce qu'il valait et souvent le résultat proposé était faux.

4.a., 4.b. Ces questions ont été correctement traitées la plupart du temps. Les correcteurs regrettent cependant l'absence de rédaction.

4.c. De nombreux candidats ont trouvé le résultat mais peu l'ont démontré correctement.

4.d. Il convenait de vérifier que les valeurs initiales de a et de b coïncidaient.

5. Cette question a été très généralement bien traitée.

6. Cette question a été souvent correctement traitée. Il convenait de néanmoins de justifier la notation $0!$.

7.a., 7.b. Les réponses ont été souvent correctes mais les démonstrations, lorsqu'elles existaient, étaient malheureusement très succinctes.

8. Très peu de candidats ont traité cette question. La plupart l'ont fait sans donner les relations explicites entre les deux bases (nous convenons que le sujet manquait ici de précision).

9. Cette question a été abordée par la plupart des candidats mais de façon peu convaincante. Une majorité a réussi mettre en relation les éléments de $C_{k,n}$ avec ceux des $C_{k-j,n-1}$ mais sans démontrer le caractère bijectif.

Notons, pour le déplorer, que de nombreux candidats ne prennent pas la peine de rédiger correctement la démonstration par récurrence, omettant souvent de conclure, comme si cela allait de soi.

10. Cette question a troublé de nombreux candidats, proposant des démonstrations peu convaincantes.

11. Cette question a été abordé par une grosse minorité de candidats. Beaucoup de démonstrations correctes ont été proposées, peu étaient complètes.

12. Souvent cette question a été très mal rédigée. Des majorations étaient proposées comme si tous les coefficients étaient positifs, d'autres majorations n'avaient aucun sens. De nombreux candidats ont affirmé qu'il s'agissait de produits de Cauchy, sans le démontrer, et ont conclut sur le rayon de convergence sans donner un énoncé clair de ce fait. De nombreux candidats ont tenté d'inclure $D_{k,n}$ dans $A_{k,n}$ ce qui est manifestement faux.

13. Les candidats qui ont traité cette question (très peu en fait) ont noté qu'il convenait d'invoquer le théorème de Fubini mais peu en ont vérifié les hypothèses.

14. Un nombre significatif a tenté de répondre à cette question et a parfois fourni le bon résultat mais très souvent sans justifier de sa validité, qui découlait pourtant des questions précédentes.